

Zur Entwurfskonstruktion von St. Michaelis in Hildesheim

Von Rolf C. A. Rottländer

Einleitung

Seit einiger Zeit versucht eine interdisziplinär zusammengesetzte Projektgruppe, mehr über die ehemaligen, durch die Einführung des Meters verdrängten Maßeinheiten herauszufinden. Da in der vorindustriellen Zeit viel komplexer über die Zusammenhänge in der Welt nachgedacht wurde, kann es nicht verwundern, daß sich bei Pythagoras, Boethius und vielen anderen die Überzeugung findet, daß Maße und Zahlen, Musik, Mathematik und Harmonie sich gegenseitig durchdringen und bedingen. Unsere Projektgruppe umreißt daher ihr Arbeitsprogramm durch das Dreieck Maße — Musik — Mathematik (MMM), und ein breites Spektrum vom Architekten bis zum Prähistoriker, Ägyptologen bis klassischen Philologen, Musiker bis Mathematiker, um einige zu nennen, bemüht sich in ständigem Kontakt um die Probleme.

Maßeinheit und Architektur

Wenn man von alten Maßstäben absieht, manifestieren sich alte Maße und deren Einheiten vornehmlich in Werken der Architektur, weswegen Bauwerke wesentliche Forschungsobjekte unserer Projektgruppe MMM darstellen. Zwar geben Zahlenproportionen, da sie mathematisch betrachtet dimensionslos sind, für sich allein noch keine Hinweise auf die Verwendung einer bestimmten Maßeinheit, doch läßt sich an alten Bauwerken, besonders dann, wenn sie der Repräsentation dienen, immer wieder feststellen, daß die Hauptdimensionen runde, ganze Zahlen sind. Jüngst hat Jones¹ diesem Umstand eine eigene Betrachtung gewidmet und die Bedeutung der 300-, 100-, 80- usw. Fuß-Dimension hervorgehoben. Entgegen der von Dinsmoor² vorgetragenen Behauptung, der Hekatompedon — der Parthenon — von Athen messe keine 100 Fuß, denn ein Fuß von 308,8 mm habe nie existiert, ist festzuhalten, daß diese Einheitslänge bisher mindestens sechsmal an Maßstäben nachweisbar ist (am bequemsten wohl im Science Museum, London, zugänglich)³, während der von ihm favorisierte ‚doris-
pheidonische‘ Fuß eine wissenschaftliche Fik-

tion ist⁴ und sich nie ein Maßstab dieser Einheitslänge (unter Hunderten von uns bearbeiteten!) gefunden hat.

Die Untersuchungen Roggenkamps

Die intensive maßkundliche Untersuchung, die Roggenkamp der von Beseler⁵ behandelten St.-Michael-Kirche gewidmet hat, schien unsere Überzeugung von der Durchdringung von Maß, Zahl, Bedeutung und Harmonie zu bestätigen, als sie vom Kunstgeschichtler unserer Projektgruppe vorgestellt wurde. Da wir zur gleichen Zeit Bauwerke behandelten, die auf gleichseitigen Dreiecken als Konstruktionsraster basieren, bei denen ja Winkel von 30° und 60° vorkommen, schien gerade der bei Roggenkamp (S. 146) gegebene Hinweis auf den Ritus der Weihe des Baugeländes durch ein Andreaskreuz aus Asche als willkommene Bestätigung. Dies um so mehr, als v. Naredi-Rainer⁶ die Untersuchungen Roggenkamps sehr positiv würdigt, ja sogar mißbilligt, daß Neumann und Schnell diesen ‚Glücksfall‘ nicht erwähnen. So durfte man nach dem Vorausgegangenen erwarten, daß sich ein Dreiecksraster würde nachweisen lassen.

Befundkritik

Die eingehende Beschäftigung mit den vorhandenen Planzeichnungen indes führte leider rasch zu einer Ernüchterung.

Bei v. Naredi-Rainer (S. 71; Abb. 22) findet sich zunächst jene Planzeichnung, die, entsprechend zu Roggenkamp (S. 136), selbstverständlich auf einer verzerrungsfreien Vergrößerung, den direkten Vergleich von Zahlenangaben mit den Dimensionen der Kirche ermöglicht. Während nun, was die Hauptdi-

1 Jones, M. W.: Principles of design in Roman Architecture. Brit. School of Rome 57, 1989, 106—151.

2 Dinsmoor, W. B.: The basis of Greek temple design: Asia minor, Greece, Italy. Atti del settimo congresso int. di archaeologia classica, 1961, Vol. I, p. 355.

3 Science Museum, London: In Stein gehauene Abstandskerbung aus der letzten Hälfte des 1. Jts. v. Chr., Ägypten. 1 Fuß ist 12,17 inches lang.

4 Rottländer, R.: Gibt es den „doris-
pheidonischen“ Fuß? Ordo es Mensura. I. Interdisziplinärer Kongreß für historische Metrologie, Trier 1989, Exkurs I (im Druck).

5 Zitat: Beseler, H.; Roggenkamp, H.: Die Michaeliskirche in Hildesheim. Hildesheim 1979 (1954).

6 v. Naredi-Rainer, P.: Architektur und Harmonie. Köln 1982, S. 71, Anmerkung 158.

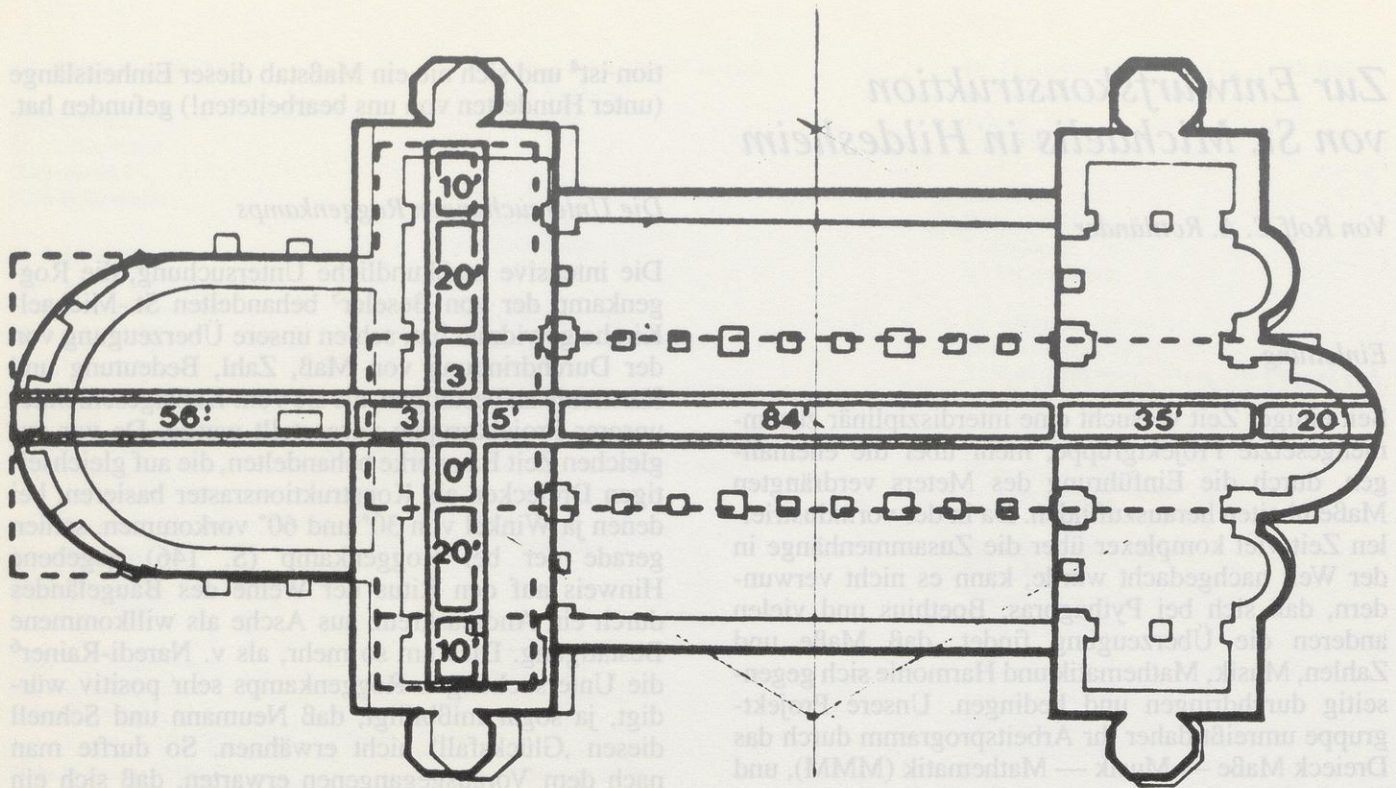


Abb. 1: Der mit dünnen Umrißlinien herausgezeichnete Grundrißplan ist nicht mit dem Plan zur Deckung zu bringen (dicke Linien), in dem Roggenkamp die Distanzen eingetragen hat. Obwohl die Distanzen in der Breitenausdehnung zusammenfallen, fallen die Längen nicht zusammen. Besonders ist die Überdehnung des Kirchenschiffs, für das 84' eingetragen ist, auffällig.

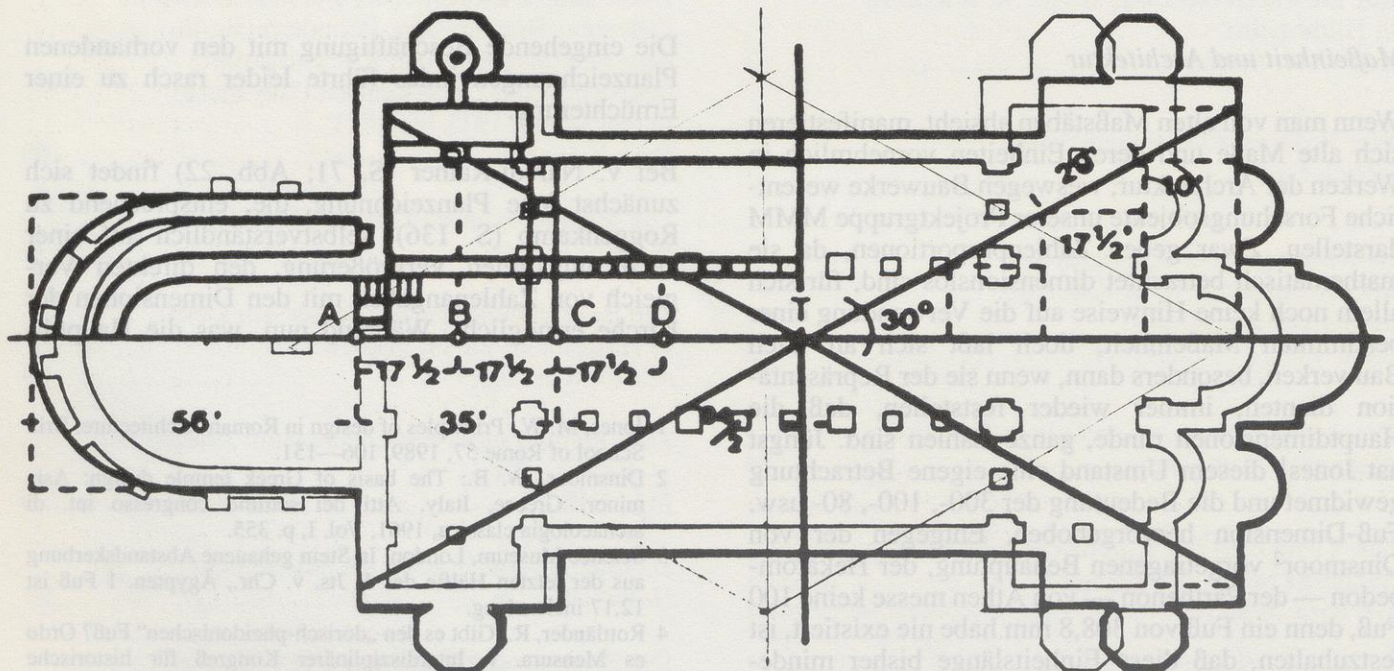


Abb. 2: Der mit dünnen Linien herausgezeichnete Grundrißplan ist nicht mit dem Plan zur Deckung zu bringen (dicke Linien), in den Roggenkamp die Linien unter 60° eingetragen hat, aus denen die Einzelabmessungen folgen sollen. Obwohl die Breitenausdehnungen zur Deckung gebracht sind, stimmen die Längen nicht überein. Gegenüber dem in Abb. 1 wiedergegebenen Plan von Roggenkamp mit den eingetragenen Distanzen ist die Länge noch weiter ausgedehnt, so daß auch die Pläne von Roggenkamp selbst nicht zur Deckung zu bringen sind.

mensionen angeht, keine beunruhigenden Diskrepanzen auftreten, scheint die Mauerstärke im Westen nicht richtig dimensioniert zu sein. Für eine nur prinzipielle skizzierte Darlegung ist das nicht besonders schlimm. Verblüffend ist jedoch, daß für das Andreaskreuz keine 60°-Winkel auftreten, wenn man es laut Vorgabe einzeichnet.

Geht man nun bei v. Naredi-Rainer zur Abb. 23 über (S. 72, entsprechend bei Roggenkamp S. 146), in der das Andreaskreuz den richtigen Winkel hat, dann passen die in die andere Zeichnung eingetragenen Distanzen nicht mehr. Nun könnte das daran liegen, daß diese beiden Abbildungen nur ungefähre Skizzen sind (obwohl einmal die Distanzen, einmal die Winkel stimmen!) und daher nicht überinterpretiert werden dürfen.

Daher wurde aus der Tafel IV bei Beseler-Roggenkamp eine sorgfältige Herauszeichnung der Umrißlinien erstellt, Strichdicke 0,1—0,2 mm, und so weit vergrößert, daß ein DIN-A3-Format möglichst ausgenutzt war. In dieser Vergrößerung entsprechen 100 Fuß 175 mm.

Zwischenvergrößerungen hiervon und Vergrößerungen der Abb. 22 und 23 v. Naredi-Rainer wurden so aufeinander abgestimmt und auf Klarsichtfolie kopiert, daß die Breite des Schiffes (Langhauses) jeweils zur Deckung gelangte. Dabei zeigte es sich, daß die Längen um Distanzen nicht zur Deckung zu bringen sind, die in natura weit über einen Meter betragen. Das liegt weit jenseits jeder Zeichen- oder Ausführungs- Ungenauigkeit. Weiterhin ist es weder möglich, die numerisch angegebenen Distanzen im Originalplan unterzubringen, noch durch die angegebenen schrägen Linienzüge die postulierten Winkel von 30° oder 60° zu erhalten.

Das in gehobener Sprache von Roggenkamp vorgetragene Gebäude von der Anwendung figurierter Zahlen am Bau und deren weitreichender mystischer Bedeutung basiert bedauerlicherweise auf einer — vorsichtig gesagt — ‚geschönten‘ Befunddarstellung. Da ja die ‚Skizzen‘ in ihren Maßen jeweils dem darzustellenden Zweck angepaßt wurden, fällt es sehr schwer, hier eine Selbsttäuschung Roggenkamps aus Übereifer heraus zu unterstellen.

Vermutlich hätte eine schlichte, sachliche Überprüfung des Sachverhalts zu durchaus respektablen Ergebnissen führen können. Dieser Weg sei im Nachfolgenden versucht.

Metrologisches

Bevor die Untersuchung des Grundrisses dargelegt wird, müssen einige metrologische Vorbemerkungen gemacht werden.

1. Langjährige Forschungen haben ergeben, daß bis zur Einführung des Meters die vielen verwendeten Längenmaß-Einheiten jeweils innerhalb einer Schwankungsbreite von insgesamt 0,2 % festlagen. Ältere Vorstellungen, daß höchstens 1 % Genauigkeit erreichbar gewesen sei, sind überholt.
2. Mit der Industrialisierung und der Entwicklung der Feinmechanik wurden immer genauer festgelegte Maßeinheiten nötig. Vornehmlich zu Beginn des 19. Jahrhunderts wurden daher in den einzelnen Territorien die Fuß- resp. Elleneinheiten aufeinander abgestimmt (z. B. war der russische gleich dem englischen, der preußische gleich dem rheinischen Fuß etc.) und präzisiert. Bei dieser Präzisierung wurden die tradierten Werte geringfügig nach oben korrigiert. Die schwedische „Elle“, an sich ein Doppelfuß, wurde laut Brockhaus von 1884 auf 0,5938 m festgelegt. Das sind zwei Fuß zu 296,9 mm statt der tradierten 296,2 mm des pes Romanus. Der englische Fuß, unter Heinrich VII. (der Maßstab ist auf 1497 datiert) noch 304,49 mm lang, identisch mit dem Fuß zur großen Ptol. Elle von 304,64 mm, ist heute 304,8 mm lang. Der pied du Roi (die alten Lexika haben übrigens pied de Roi) ist ebenfalls angewachsen: im 19. Jahrhundert liegt er mit 324,8 mm genau fest, aber ein Maßstab von 1747 bezeugt ihn mit 323,5 mm; aus der theoretischen Ableitung von der Großen Ägyptischen Königselle zu 528,9 mm folgt 323,8 mm, und Binding grub in Hochelten einen vor 967 n. Chr. zu datierenden Stylus aus, dessen Unze zu 27,0 mm einen Fuß von 324 mm ergibt. Mit diesen 324 mm, nicht mit den jüngeren 324,8 mm, auf 325 mm gerundet, wird die Untersuchung des Grundrisses vorgenommen.
3. Im gleichseitigen Dreieck ist die Höhe h als $a \cdot \sqrt{3}$ gegeben, wenn mit $2a$ die Seitenlänge bezeichnet ist. Nun läßt sich zwar die irrationale Zahl $\sqrt{3}$ durchaus graphisch gewinnen, aber der frühe Architekt war nicht auf diesen irrationalen Wert festgelegt. Wie an anderer Stelle bewiesen⁷, gibt es

⁷ Rottländer, R.: Zweierlei Maß an einem Bauwerk? Jahreshefte des Österr. archäologischen Instituts LX, Hauptblatt, S. 26—27 (im Druck).

nämlich unter den alten Maßen zusammengehörige Paare, die einmal auseinander entstanden sind. Im Quadrat ist die Diagonale $a \cdot \sqrt{2}$; wenn $a = 5$ palmae der kleineren der beiden Einheiten ist, dann ist die Diagonale gleich der Elle der größeren Einheit.

Ein Beispiel: Der pes Romanus (pR) zu vier palmae ist 296,2 mm lang (der durch A. v. Gerkan favorisierte Wert von 294 ist falsch), folglich ist die palma 74,05 mm, und fünf palmae sind 370,3 mm. Daraus folgt für die Diagonale $370,3 \cdot \sqrt{2} = 523,6$ mm, die ägyptische Königselle (KE).

Multipliziert man den Fuß des längeren von beiden Maßen mit $\sqrt{3}$, so erhält man die Elle zu 28 digiti des kürzeren Maßes. Der Fuß zur Königselle ist $(523,6 \cdot 16) : 28 = 299,2$ mm
 $299,2 \cdot \sqrt{3} = 518,2$ mm
 $(518,2 \cdot 16) : 28 = 296,1$ mm, der pR.

Roggenkamp nimmt für St. Michael einen Werkshuh von 32,5 cm an (S. 154). Dieser ist offenbar an die 324,8 mm des pied du Roi angelehnt, der in der hier vorliegenden Arbeit, wie oben begründet, mit 324 mm angenommen wird.

Folgt man dem Muster der oben ausgeführten Rechnung, um das Maß zu finden, das mit dem pied du Roi ein Paar bildet, dann muß die Elle des kürzeren Fußmaßes $324 \cdot \sqrt{3} = 561,2$ sein. Hieraus errechnet sich ein Fuß zu 320,6 mm. Es ist der bekannte Byzantinische Fuß. Er ist früher einmal aus der Ägyptischen Königselle hervorgegangen, indem sie auf 30 digiti verlängert wurde:

$$(523,6 \cdot 30) : 28 = 561.$$

Mit anderen Worten: Der Byzantinische Fuß hat 30 digiti der normalen Königselle zu 18,7 mm. Deshalb läßt sich die Höhe der gleichseitigen Dreiecke mit der Seitenlänge von 2 pied du Roi glatt in digiti der Ägyptischen Königselle (KE) ausdrücken resp. messen. Es sind 30 digiti; der Fehler beträgt 0,04%. Ein irrationale Zahl wie $\sqrt{2}$ oder $\sqrt{3}$ tritt dabei nicht auf.

4. Der antike Architekt und in seiner Nachfolge der mittelalterliche hat beim Zeichnen des Grundrisses ganz überwiegend die Maueraußenkante eingetragen, wenn es sich um Umfassungsmauern, nicht Innenmauern, handelte. Dazu nimmt Hecht⁸ bei der Besprechung der Sylvesterkapelle zu Goldbach ausführlich Stellung. Bei Innenmauern ist das Prinzip nicht so konsequent durchgeführt. Trägt

eine Säulen/Pfeilerreihe einen Obergaden, so erscheint die Konstruktionslinie ebenfalls meist außen. Bisweilen wird aber auch die Mitte angegeben, wie Roggenkamp es als die Regel vermutet. Wenn bei einer Bauplanänderung ein neuer Architekt sich in Bestehendes einmessen mußte und er Schwierigkeiten hatte, die vom Vorgänger benutzte Maßeinheit aufzuspüren, kommt es vor, daß das alte Maß von Mauermitte zu Mauermitte genommen wird.

5. Derjenige Versuch, den alten Konstruktionsweg aufzuspüren, der am einfachsten ist und die wenigsten Hilfspunkte braucht, muß bei mehreren Alternativen als der richtige Versuch angesehen werden, denn niemand macht sich unnötige Arbeit. Ein umständlicherer Weg bedarf einer genauen Begründung. Eine solche Begründung kann in historischen Fakten liegen, nicht aber in heute entwickelten Hypothesen.

Zur Rekonstruktion des Entwurfsvorganges

Man darf für die Zeit Bernwards Strichpläne nach Art des St. Gallener Klosterplans voraussetzen. Der Entwurf fand daher ‚auf dem Papier‘ statt. (Das können auch Kreidezeichnungen auf dem Boden, einer Holztafel oder Zeichnungen auf Wachstäfelchen gewesen sein.) Der Entwurf mußte auf dem Zeichengrund leicht auszuführen und dann möglichst verzerrungsfrei ins Gelände übertragbar sein. Ob hierbei geometrische oder arithmetische Überlegungen im Vordergrund standen, entschied sich nach Maßgabe der Einfachheit. Mehr heraus als nach komplexen Philosophien ergaben sich die Hauptdimensionen. Das schließt nicht aus, daß man bestimmten Vorstellungen folgte, etwa immer Zahlen mit drei bevorzugte, um die Dreifaltigkeit zu symbolisieren.

In Verkennung des Prinzips der Einfachheit, das einen hohen heuristischen Wert hat, ist es Roggenkamp nicht aufgefallen, daß das Kirchenschiff — ohne Apsiden und Westchor — die dreifache Länge der halben Länge der Querschiffe hat. Das ist eine Proportion, die unabhängig von jeder Maßeinheit gilt. Ebenso ist die nicht nur von Roggenkamp vorgebrachte Meinung, im Grundriß träten in mehr oder minder großer Zahl Quadrate auf, eine Voreingenommenheit, die sich nur

8 Hecht, K.: Die Sylvesterkapelle zu Goldbach. Abhandl. Braunschweig. Wissenschaftl. Gesellschaft 29, 1978, S. 138.

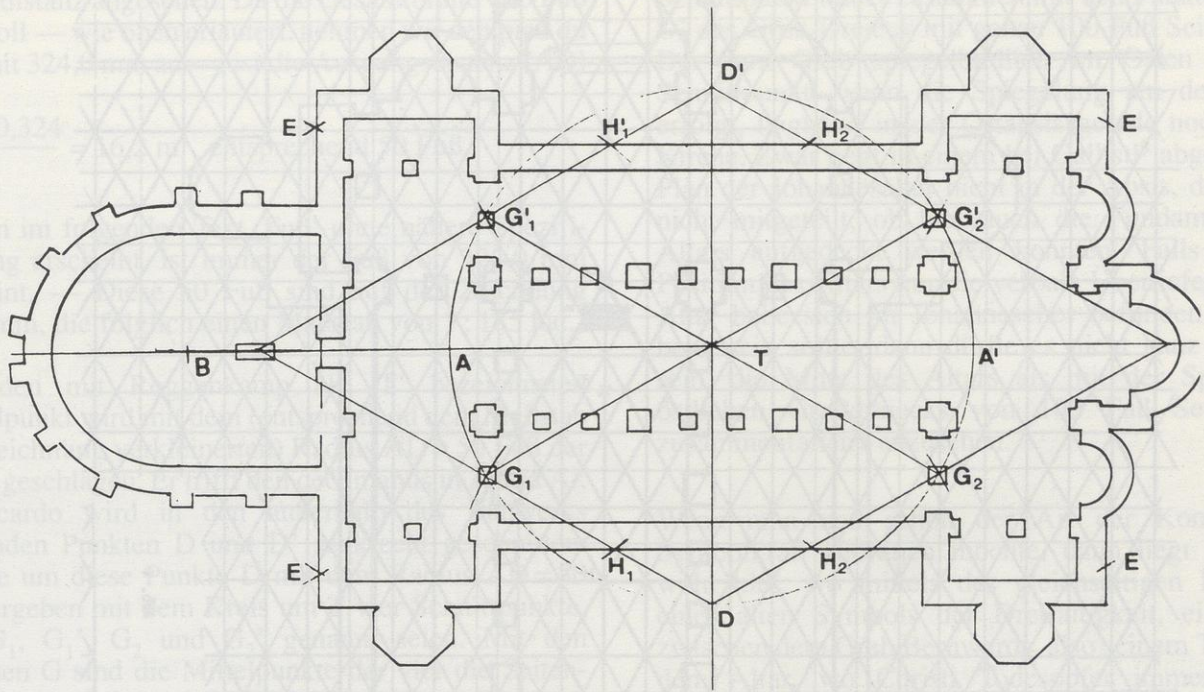


Abb. 3: Darstellung der durch die Zirkelschläge mit dem Radius $AD = 50$ pied du Roi erreichten Konstruktionspunkte. (B' liegt außerhalb der Zeichnung). Die mit G bezeichneten Punkte markieren die Spitzen der Ausgangsdreiecke des Rasters aus gleichseitigen Dreiecken.

dann belegen läßt, wenn die Linien des Grundrißplanes je nach Bedarf auf die rechte, linke Seite oder die Mitte des Mauerzugs etc. gelegt werden oder man auf jede Genauigkeit verzichtet. Bei einer genauen, einheitlichen Behandlung treten keine Quadrate, sondern nur Rechtecke auf.

Bei der vorliegenden Untersuchung wird auf zweifache Weise vorgegangen:

1. In die auf DIN A3 gebrachte Umrißzeichnung wird zunächst mit Hilfe des Zirkels eine Konstruktion eingezeichnet, von der wir vermuten, daß sie so auch von Bernward vorgenommen worden ist. Diese Konstruktion erlaubt in einer zweiten Stufe die Auslegung eines Rasters aus gleichseitigen Dreiecken. Dieses Raster legt alle noch fehlenden wichtigen Punkte des Grundrisses fest (Abb. 3 u. 4).
2. Zeichnungen dieser Art, die im Bereich eines Maßstabes von rund 1:200 liegen, sind viel zu ungenau, um aus ihnen allein einen Beweis liefern zu können. Deshalb wird der zeichnerische Vorgang durch die Berechnung begleitet. Im Zuge dieses Vorgehens werden die Diskrepanzen nume-

risch aufgezeigt, die einerseits zwischen Berechnung (das sind ideale Zahlen) und Plan, andererseits dem Baubestand und dem Postulat Roggenkamps bestehen.

Die Ausführung der Rekonstruktion

a) Der zeichnerische Vorgang

Es herrscht mit Roggenkamp Einigkeit darüber, daß zu Beginn der Arbeiten im Gelände der Mittelpunkt und die Orientierung festgelegt wurden. Deshalb geht auch der Entwurf auf dem Zeichengrund von einem genordeten resp. geosteten rechtwinkligen Achsenkreuz aus.

Durch Ausmessen wird also in der Grundrißzeichnung der Mittelpunkt des Kirchenschiffs aufgesucht und durch diesen decumanus und cardo gelegt.

Abweichend von Roggenkamp wird die Länge der Querschiffe in NS-Richtung als die doppelte Aus-

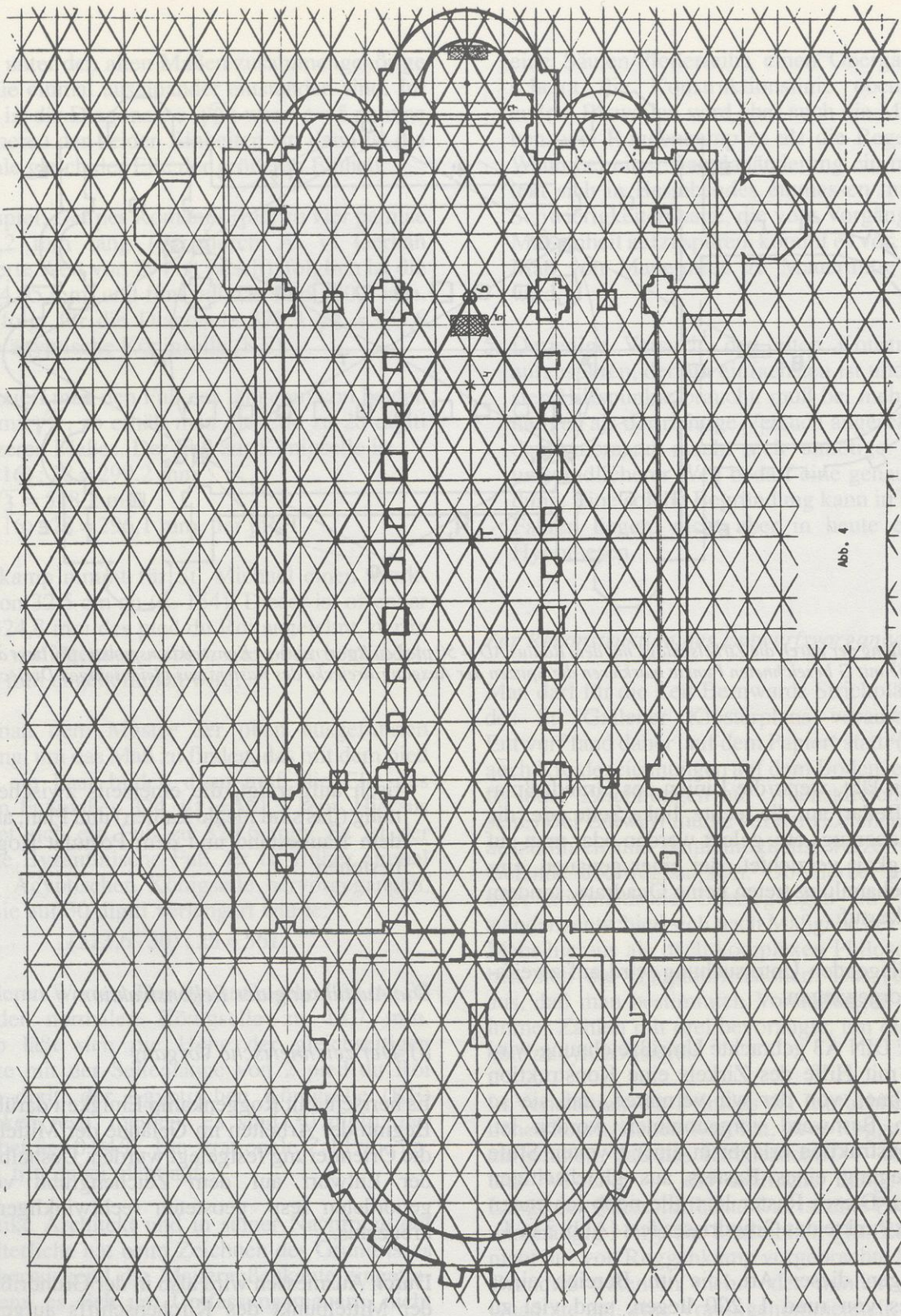


Abb. 4: Ausführung des Rasters aus gleichseitigen Dreiecken; durchgehende Viertelung des Ausgangsdreiecks, teilweise Achtung, wenn Einzelheiten das erfordern. Vereinzelt Abweichungen von Bauausführung und Raster überschreiten generell nicht den Bereich von 10, höchstens 15 cm. Konstruktionslinien, die zur ersten Entwurfsphase (vergl. Abb. 3) gehören, werden überwiegend nicht vom Dreiecksraster getroffen.

gangsdistanz angesehen. Da die Gesamtbreite 100 Fuß sein soll — wie oben erläutert, nehmen wir den pied du Roi mit 324,0 mm an —, ist die Ausgangsdistanz (AD)

$$\frac{100 \cdot 0,324}{2} = 16,2 \text{ m} \quad \text{entsprechend 50 Fuß.}$$

(Wenn im folgenden Text ‚Fuß‘ ohne nähere Spezifizierung erscheint, ist immer der Fuß von 324,0 mm gemeint. — Diese 50 Fuß sind auf der Zeichnung 87,5 mm, die folglich einen Maßstab von 1 : 185 hat.)

Um den mit Roggenkamp als ‚T‘ bezeichneten Mittelpunkt wird mit dem (entsprechend dem Maßstab der Zeichnung verkleinerten) Radius AD = 50 Fuß der Kreis geschlagen. Er trifft den decumanus in A und A'. Der cardo wird in den außerhalb des Bauwerks liegenden Punkten D und D' senkrecht geschnitten. Kreise um diese Punkte D mit dem Radius AD = 50 Fuß ergeben mit dem Kreis um T vier Schnittpunkte, die G₁, G₁', G₂ und G₂' genannt seien. Mit den Punkten G sind die Mittelpunkte der vier die Seitenschiffe abschließenden Säulen markiert. Die vier Dreiecke TDG (mit den entsprechenden Indices) sind nach Konstruktion gleichseitige Dreiecke. Sie sind die Ausgangs-Rasterdreiecke, deren Basislänge nach Konstruktion 50 Fuß oder 50 · 16 digiti = 800 digiti lang ist. Die Untereinheiten ergeben sich durch fortschreitende Halbierung. Durch den 6. Halbierungsschritt werden 12,5 digiti oder 253 mm erreicht. Das ist am Bau noch gut zu handhaben.

Um A und A' werden wieder mit dem Radius AD = 50 Fuß Kreise geschlagen. Sie schneiden die vier Strecken DG (mit entsprechenden Indices) in den vier Punkten H. Die Geraden H₁H₂ und H₁'H₂' liefert die Begrenzung der Außenmauern des Mittelschiffs. Nennt man die Schnittpunkte der Kreise um A und A' mit dem decumanus B und B' und schlägt man jeweils um B mit immer noch demselben Radius AD = 50 Fuß die Kreise, so schneiden sich die Kreise um A und A' im Osten und Westen in je zwei Punkten. Die Verbindungslinie dieser Punkte ergibt die östliche und westliche Begrenzung des Baukörpers ohne Chor und Apsiden; ein Rechteck, dessen Seiten sich, je nach Blickrichtung, wie 2 : 3 oder 3 : 2 verhalten. — Das ist nach alter Auffassung eine Quint, eins der wenigen reinen harmonischen Intervalle nach Pythagoras und eine symmetrische Proportion nach Vitruv. —

Die Verlängerung der Gerade DG₁ über G₁ hinaus trifft die Verlängerung der Geraden D'G₁' über G₁' hinaus mitten im Stiftergrab im Westchor. Dieser

Schnittpunkt bildet zusammen mit den Punkten D und D' das Groß-Dreieck mit genau 100 Fuß Seitenlänge. Der zum Grab spiegelbildlich im Osten liegende Schnittpunkt, wenn die Spiegelung am decumanus erfolgt, liegt tief in der Ostapsis gerade noch in der Kirche. Zwar liegt in einem bei Gallistl⁹ abgebildeten Plan der Johannesaltar nicht in der Apsis, doch wird nicht mitgeteilt, ob hier auch die Fundamente des Altars aufgedeckt werden konnten. Falls für die Position des Altars nur die verbale Überlieferung, der Altar habe sich im Johanneschor befunden, maßgebend sein sollte, dann dürfte es nicht ganz abwegig sein, die Mitte des Altars als mit der Spitze des östlichen Großdreiecks von 100 Fuß Seitenlänge zusammenfallend anzusehen.

Wenn man nun schon der Art der Konstruktion Symbolkraft zuordnen möchte, dann liegt sie doch wohl hier, wo mittels des gleichseitigen Dreiecks, eines alten Symbols der Dreifaltigkeit, ein Bezug zwischen dem Grab Bernwards, also seinem Tode, und dem Altar, wo Christi Todesopfer immer wieder nachvollzogen wird, in direkter Weise geschaffen ist, gespiegelt am cardo und direkt verbunden durch den decumanus, im gleichen Abstand vom Mittelpunkt und gerichtet nach Osten, von wo Jesus am Jüngsten Tage zum Gericht erscheinen wird.

An ähnlich bedeutsamer Position stand, wie ebenfalls der Abbildung 1 bei Gallistl⁹ zu entnehmen ist, die Christussäule: Sie markiert die Spitze des Ausgangsdreiecks von 50 Fuß Seitenlänge, dessen Basislinie mit der Linie DD', dem cardo, zusammenfällt und dessen Höhe h mit dem decumanus zusammenfällt. Dadurch teilt der Mittelpunkt T die Basislinie in zwei gleiche Teile. Andererseits liegt die Spitze gewissermaßen auf halbem Wege bis zur östlichen Spitze des Großdreiecks.

Vor der Säule liegt (vgl. Abb. 4) auf der Basislinie des nächsten kleinsten Dreiecks, dessen Seitenlänge dem Modul entspricht, der Kreuzaltar, dessen Position durch die ergrabenen Fundamente gesichert ist. So verbindet also ein Dreieck mit der Seitenlänge von einem Modul Christussäule und Kreuzaltar miteinander. Dieser Bezug von Basislinie und Höhe im gleichseitigen Dreieck spiegelt sich auch noch einmal

9 Gallistl, B.: Die Urgestalt der Hildesheimer Christussäule. Archiv für Liturgiewissenschaft 32, 1990, 27—46, Abbildung 1.

in den Würfelkapitellen wider, von denen Kottmann¹⁰ schreibt: „... Gleichseitige Dreiecke bestimmen die Höhe des Würfelkapitels, des Kämpfersteins und der Kämpferplatte.“

(Wenn Petry¹¹ schreibt: „... so daß die Höhe des Kapitells gleich der Höhe im gleichseitigen Dreieck über der Würfelkante ist ...“, so ist das keine wörtliche Übernahme von Kottmann, sondern dies ergibt sich anschaulich direkt aus der dort beigegebenen Zeichnung.)

Natürlich ist durch die Linien TG auch jenes Andreaskreuz vorgegeben, das nach Roggenkamp bei der Weihe des Geländes eine wichtige Rolle spielt.

Welche für die Konstruktion wichtigen Punkte und Linien sich aus dem Dreiecksraster außerdem noch ergeben, soll hier im einzelnen nicht aufgezählt werden, weil es sich aus Abb. 4 ergibt, sondern es soll mit der Erwähnung der Linien für die Pfeiler/Säulenstellung im Schiff und der Kreismittelpunkte für Chor und alle Apsiden sein Bewenden haben.

Auf eines sei jedoch noch einmal hingewiesen: Durch die aufgezählten Zirkelschläge ergeben sich in OW-Richtung keinerlei Komplikationen wegen irrationaler Zahlen. Anders ist das mit den Höhen der Rasterdreiecke, bei denen der Faktor $\sqrt{3}$ auftritt, unabhängig davon, in welcher Maßeinheit man die Basislänge des Dreiecks auch bemißt. Die Höhe im Dreieck gehorcht immer einer anderen Maßeinheit als der Ausgangseinheit. Deshalb geht weder im Osten noch im Westen die Konstruktion glatt auf. Im Osten fällt die Gerade, die den Baukörper nach Osten zu begrenzt, nicht mit der Geraden zusammen, die sich aus dem Dreiecksraster ergibt, das für die Apsiden maßgebend ist. Deshalb fällt der Apex der Konchen innen nicht mit der östlichen Begrenzungslinie zusammen! Hier beweist eine konstruktive Schwierigkeit den Ablauf des Konstruktionsvorganges. Entsprechende Unstimmigkeiten ergeben sich auch im Westen.

b) Die rechnerische Untersuchung

Die Länge des Schiffs ohne Westchor und Apsiden, also nur einschließlich der Querschiffe, ergibt sich auf zweifache Weise:

1. Die Kreiskonstruktionen haben als Radius die halbe Länge des Querschiffs, also 50 Fuß. Die Konstruk-

tion ergibt für die OW-Richtung genau drei Radien, also ist sie $3 \cdot 50 = 150$ pied du Roi lang.

2. Dieselbe Strecke in OW-Richtung wird auch durch $3\frac{1}{2}$ Höhen h des Ausgangsrasterdreiecks gebildet:
 $(50 : 2) \cdot \sqrt{3} \cdot 3,5 = 151$ Fuß.

Die Diskrepanz von einem Fuß hatte sich schon graphisch ergeben und ist schon besprochen. Beim Nachmessen der Zeichnung finden sich 150,3 Fuß, wenn die gesamte Querschiffslänge 100 Fuß ist. In dieser Größenordnung liegen also mögliche Abweichungen zwischen Theorie und Ausführung; sie bleiben unter 1 %.

Das Langschiff ohne Querschiffe ist zwei Höhen h des Ausgangs-Rasterdreiecks lang. Da die Höhe $(50 : 2) \cdot \sqrt{3}$ ist, ergibt sich rechnerisch:

$$(50 : 2) \cdot \sqrt{3} \cdot 2 = 50 \cdot \sqrt{3} = 86,6 \text{ pied du Roi.}$$

Der Zeichnung lassen sich 85,7 Fuß entnehmen. Für die Ausführung des Baues waren wahrscheinlich 86 Fuß angestrebt, die um knapp 10 cm verfehlt wurden.

Die Breite der Anlage insgesamt ohne Flankierungstürme ist 100 Fuß. Sie wird mindestens bis in 16tel geteilt; deswegen ist jedes dieser kleinen Teile 6,25 Fuß lang. Vier solcher Teile sind die halbe Grundlinie des gleichseitigen Dreiecks, die deshalb 25 Fuß lang ist. Daraus folgt, daß die Höhe $h = \sqrt{3} \cdot 25 \text{ Fuß} = 43,30$ Fuß lang ist. Die Höhe ist in acht kleine Abschnitte geteilt, die daher 5,413 Fuß des Ausgangsmaßes, also des pied du Roi lang sind.

Von der Mitte T bis zur Außenbegrenzung des Westchors sind es 24 solcher kleinen Abschnitte:

$$24 \cdot 5,413 = 129,9 \text{ Fuß. Das darf auf 130 Fuß gerundet werden.}$$

Von der Mitte T bis zum Abschluß des Ostchors sind es 17,5 dieser kleinen Abschnitte:

$$17,5 \cdot 5,413 = 94,72 \text{ Fuß.}$$

Die Gesamtlänge der Anlage ist daher maximal $129,9 + 94,74 = 224,62$ Fuß (s. später). Selbst nach

10 Kottmann, A.: Das Geheimnis romanischer Bauten. Stuttgart 1971, S. 46.

11 Petry, A.: Die Innenraumwirkung St. Michaelis in Hildesheim. Die Diözese Hildesheim in Vergangenheit und Gegenwart 50, 1982, S. 48.

oben gerundet sind das 225 Fuß und nicht 230 Fuß (siehe unten), wie Roggenkamp rechnet. Am Gebäude fehlen also 5 Fuß entsprechend 1,62 Meter!

224,62 Fuß entsprechen 72,777 m, 225 Fuß entsprechen 72,90 m. Roggenkamp hat aber 74,42 m, also selbst gegenüber dem nach oben gerundeten Wert noch 1,52 m zuviel. Dies ist um so gravierender, als daß durch die Höhen h der Rasterdreiecke ohnehin die gegenüber der Konstruktion mit Zirkelschlägen um 1 Fuß längere Distanz vorgegeben wird.

Wie dargelegt, legen wir für St. Michael den pied du Roi mit 324 mm zugrunde. An der Bestimmung der Länge des Querschiffs zu 100 Fuß wird festgehalten, wodurch gegenüber Roggenkamp 10 cm fehlen. Wie soeben ausgeführt, liegt das weit unter den von Roggenkamp tolerierten Abweichungen.

Für die Höhe h ergeben sich, wie oben ausgeführt, unter dieser Voraussetzung 43,3 Fuß. Multipliziert mit seiner Länge in m ergeben sich 14,03 m. Es war ebenfalls schon erklärt worden, wieso die Höhe h in digiti der ägyptischen Königselle gemessen werden kann.

Die Rechnung zeigt $14,03 \text{ m} : 0,0187 \text{ m} = 750,27$ (digiti der KE).

Das Ergebnis muß wohl auf 750 dig. gerundet werden. Die Rechnung zeigt durch die ganz glatte Zahl, daß Bernward genau darum wußte, daß er bei geschickter Wahl des Ausgangsmaßes — 50 resp. 100 Fuß für die NS-Richtung — in OW-Richtung ein glattes Maß einer anderen Maßeinheit erhalten kann.

Die Höhe h ist am Bau in Achtel geteilt worden, deren jedes folglich 93,78 dig. lang ist. Die Abweichung dieser kleinen Abschnitte von 94 digiti — weniger als 0,25 % — bringt bei der Bauausführung keinerlei Schwierigkeiten.

Der gesamte Bau ist $24 + 17,5 = 41,5$ kleine Abschnitte (wenn man so will Module) lang, d. h. so berechnet ist der Bau 3892 digiti der KE lang. Zu der weiter unten ermittelten Länge von 3864 digiti_{KE} besteht eine Differenz von 28 dig_{KE} = 1 Fuß der KE entspr. 299,2 mm. Der Unterschied kommt durch die Zirkelschläge, die immer ganz genau sind, und die $\sqrt{3}$, die immer approximiert werden muß, wenn man im selben Maßsystem verbleibt, zustande.

3892 digiti_{KE} sind 139,000 Königsellen! (Oder 129,73 Ellen zu 30 digiti, wie sie im Mittelalter als Byzantinischer Fuß auftreten.)

Das Langhaus (Kirchenschiff) hat 16 kleine Rastereinheiten (Abschnitte, Module), d. h. $2 \cdot 8 \text{ RE} = 2 \cdot 750 \text{ dig}_{KE} = 1500 \text{ digiti}$ oder 50 Ellen₃₀ oder auch 28,05 m. Dem entsprächen 86,574 Fuß nach Roggenkamp. Er nimmt aber einen viel kürzeren Abschnitt mit 84 Fuß an: 2 halbe kleine Abschnitte sind abzuziehen: $16 \text{ kl. RE} - 1 \text{ kl. RE} = 15 \text{ kl. RE}$ zu 5,413 Fuß = 81,195 Fuß.

Aus der Zeichnung ergeben sich hierfür 80,9 Fuß oder 26,2 m.

Die Länge des Langhauses mit ‚Trennwänden‘ soll nach Roggenkamp 90 Fuß sein. Aus der Zeichnung ergeben sich 89,4 Fuß entspr. 28,98 m. Da ohne ‚Trennwände‘ 89,9 Fuß gefunden werden, entfallen auf die Wände 8,5 Fuß, pro Wand also rund 4,3 Fuß. Das ist umgerechnet auf die KE 148 dig_{KE} für zwei Wandstärken resp. 74 dig_{KE}/Wandstärke oder 2,65 Fuß.

Für den Chorraum oder die Vierung im Osten, die 35 Fuß entsprechen soll, finden sich im Plan 32,42 Fuß oder 10,50 m oder 561 dig_{KE} = 20,06 KE

Für die Strecke des Langhauses, die 84 Fuß entsprechen soll, finden sich im Plan 80,9 Fuß oder 26,2 m oder 1407 dig_{KE} = 50,248 KE, rund 50,25 KE

Für die Hauptapsis finden sich im Plan 20,68 Fuß oder 6,701 m = 358 dig_{KE} = 12,80 KE
zusammen 83,11 KE

Aus dem Plan ergeben sich für die Vierung im Westen, die 35 Fuß entsprechen soll, 32,98 Fuß oder 10,68 m oder 571 dig_{KE} = 20,4 KE
zusammen 103,51 KE

Für den Westchor, der 56 Fuß entsprechen soll, finden sich im Plan 54,78 Fuß oder 17,75 m oder 949 dig_{KE} = 33,9 KE

Somit addiert sich die Gesamtlänge der Kirchenanlage zu 137,41 KE

137,41 KE entsprechen 71,96 m oder 222,06 pied du Roi zu 324 mm. Addiert man die Einzelangaben von Roggenkamp: $56 + 35 + 84 + 35 + 20 = 230$ Fuß, dann

beläuft sich der Unterschied zu den 222 oben erhaltenen Fuß auf 8 Fuß oder umgerechnet 2,60 m. Diese Differenz zeigt, wie grob geschönt die Angaben von Roggenkamp sind, um das postulierte Ergebnis zu erhalten. Direkt gemessen, ergeben sich aus dem Plan 223 Fuß oder 72,29 m oder $3864 \text{ dig}_{\text{KE}}$. Das sind 138,000 Ägyptische Königsellen ganz glatt!

Ergebnis der Untersuchung

Der Grundriß von St. Michaelis in Hildesheim ist in zwei Phasen entworfen:

1. Wenige Zirkelschläge mit dem gleichbleibenden Radius von 50 Fuß oder 16,7 m ergeben, vom Mittelpunkt aus beginnend, die Hauptdimensionen der Anlage. Die Linien laufen da, wo das Schnurgerüst läuft.
2. Zur Festlegung der Details wird wie in der Antike ein flächendeckendes Raster aus gleichseitigen Dreiecken ausgelegt, das sich aus den Zirkelschlägen mit dem Radius von 50 Fuß entwickelt. Deshalb ist die in NS-Richtung verlaufende Basis des Ausgangsdreiecks ebenfalls 50 Fuß lang. Aus geometrischen Gründen ist seine Höhe h 750 Digit

der Ägyptischen Königselle (KE) lang. In beiden Himmelsrichtungen werden die Distanzen des Ausgangsdreiecks (= Rastereinheit RE), d. h. Basislinie und Höhe h in Achtel (kleine Abschnitte, Module) geteilt.

Die beiden einzig möglichen Groß-Dreiecke mit 100 Fuß Basislänge haben ihre Spitze einmal im Ostchor, wo der Altar stehen soll, zum anderen mitten im Stiftergrab.

Die hier vorgelegte Grundrißkonstruktion weicht immer weniger als einen Fuß, bezogen auf die Gesamtlänge, vom Grundrißplan ab. Die Pläne von Roggenkamp, die entweder sein System der figurierten Zahlen oder die Bemessung von Details anhand der 60° -Diagonalen zeigen sollen, stimmen zwar jeweils in sich, passen aber nicht zum Grundriß der Kirche. Nachrechnungen anhand seiner Zahlen ergeben Diskrepanzen von mehr als 1,50 zur Realität bezogen auf die Hauptachse. Quadrate können wegen des Dreiecksrasters nicht auftreten.

Bernward hat sich als Architekt erwiesen, der sowohl im antiken Meßwesen als auch im zeitgenössischen wohlbewandert war. Auch ohne Überfrachtung mit zahlenmystischen Spekulationen bleibt St. Michael ein höchst bewundernswertes Baukunstwerk.